

ПРИМЕР

Калибровка плоскопараллельной концевой
меры номинальной длины 50 мм

Бурмистрова Н.А.
ВНИИМ им. Д.И. Менделеева

Пример

Калибровка концевой меры длины нулевого класса (ISO 3650) 50 мм проводится методом сравнения при помощи компаратора с эталонной концевой мерой (эталон) той же номинальной длины и того же материала. Разность срединных длин определяется при вертикальном положении обеих концевых мер с использованием двух индикаторов, контактирующих с верхней и нижней измерительными поверхностями.

$$\delta l = l_X(1 + \alpha_X \theta_X) - l_S(1 + \alpha_S \theta_S)$$

где:

l_X - длина калибруемой концевой меры при температуре $t_0 = 20$ °С;

l_S - длина эталонной концевой меры при температуре $t_0 = 20$ °С согласно сертификата калибровки;

α_X и α_S коэффициентов теплового расширения калибруемой и эталонной концевых мер;

θ_X и θ_S отклонения температуры от исходной 20 °С концевой меры длины и эталона соответственно;

Уравнение измерений

Длина l_X калибруемой концевой меры при эталонной температуре получается из выражения:

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

где:

l_S - длина эталонной концевой меры при температуре $t_0 = 20$ °С согласно сертификата калибровки;

δl —разность длин калибруемой и эталонной концевых мер;

$\alpha = \alpha_X = \alpha_S$ значение температурных коэффициентов линейного расширения калибруемой и эталонной концевых мер;

θ_X, θ_S отклонение средней температуры калибруемой и эталонной концевых мер от $t_0 = 20$ °С ;

Априорная информация

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Эталон (l_s): длина эталонной концевой меры с расширенной неопределенностью измерения приводится в сертификате калибровки набора концевых мер и составляет 50,00002 мм ± 30 нм (коэффициент охвата $k = 2$).

Компаратор (δl): компаратор проверяется на выполнение технических условий, заявленных в EAL-G21. Из этого, можно установить, что для разностей длин D до ±10 мкм поправки на показываемую разность длин находятся в пределах ± (30нм+0,002×|D|). Принимая в расчет допуски нулевого класса калибруемой концевой меры и класса К эталонной концевой меры, максимальная разность длин будет в пределах ± 1 мкм.

Предыдущее определение разности между двумя мерами одинакового номинального значения дает суммарную оценку стандартного отклонения 12 нм

Изменения длины (δl): для концевых мер длины класса 0 изменения длины, определяемые из измерений в пяти точках поверхности (центре и в четырех углах), должны быть в пределах ± 0,12 мкм (ISO 3650). Принимая, что изменения возникают на измерительных поверхностях вдоль малых сторон длиной 9 мм, и что срединная длина измеряется внутри окружности радиусом 0,5 мм, поправка на рассогласование точек контакта оценивается в пределах ± 6,7 нм.

Априорная информация

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Температурный коэффициент (α): Температурный коэффициент линейного расширения стальных концевых мер принимается в интервале $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Температура (θ_s) (отклонение средней температуры эталонной концевой меры от $20 \text{ } ^\circ\text{C}$): Поддерживаемая температура $20 \text{ } ^\circ\text{C}$. : Термометр типа ТФ-1. Диапазон измерений температуры $(20 \pm 0,5) \text{ } ^\circ\text{C}$. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений температуры $\pm 0,01 \text{ } ^\circ\text{C}$

Температура (θ_x) (отклонение средней температуры калибруемой концевой меры от $20 \text{ } ^\circ\text{C}$): Поддерживаемая температура $19,9 \text{ } ^\circ\text{C}$. Термометр типа ТФ-1. Диапазон измерений температуры $(20 \pm 0,5) \text{ } ^\circ\text{C}$. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений температуры $\pm 0,01 \text{ } ^\circ\text{C}$

Корреляция: ни одна из входных величин не считается коррелированной в значимой степени.

Результаты измерений

Измерения (δl): следующие наблюдения проводятся для определения разности между калибруемой концевой мерой и эталонной.

№ наблюдения	Наблюдаемое значение
1	-100 нм
2	-90 нм
3	-80 нм
4	-90 нм
5	-100 нм

Бюджет неопределенностей

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
δl					
l_S					
α					
θ_S					
θ_X					

Коэффициенты чувствительности c_i

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Параметр X_i	Оценка x_i	Коэффициент чувствительности c_i	
δl		$\frac{\partial l_X}{\partial \delta l}$	$\frac{\partial l_X}{\partial \delta l} = \frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$
l_S		$\frac{\partial l_X}{\partial l_S}$	$\frac{\partial l_X}{\partial l_S} = \frac{(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$
α		$\frac{\partial l_X}{\partial \alpha}$	$\frac{\partial l_X}{\partial \alpha} = -\frac{(\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S))\theta_X}{(1 + \alpha\theta_X)^2} + \frac{l_S\theta_S}{(1 + \alpha\theta_X)}$
θ_S		$\frac{\partial l_X}{\partial \theta_S}$	$\frac{\partial l_X}{\partial \theta_S} = \frac{l_S\alpha}{(1 + \alpha\theta_X)}$
θ_X		$\frac{\partial l_X}{\partial \theta_X}$	$\frac{\partial l_X}{\partial \theta_X} = -\frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)^2} \alpha$

Определение неопределенностей входных величин

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Эталон (l_S) : длина эталонной концевой меры с расширенной неопределенностью измерения приводится в сертификате калибровки набора концевых мер и составляет 50,00002 мм ± 30 нм (коэффициент охвата $k = 2$).

$$u(l_S) = \frac{30}{2} = 15 \text{ нм}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
l_S	50,000 020 мм	15 нм	Нормальное/ В	$\frac{(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$	

Определение неопределенностей входных величин

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Температурный коэффициент (α): Температурный коэффициент линейного расширения стальных концевых мер принимается в интервале $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

$$u(\alpha) = \frac{1,0 \times 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 0,58 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
α	11,5	$0,58 \times 10^{-6}$	Прямоугольное/ В	$-\frac{(\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S))\theta_X}{(1 + \alpha\theta_X)^2} + \frac{l_S\theta_S}{(1 + \alpha\theta_X)}$	

Определение неопределенностей входных величин

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Температура (θ_s) (отклонение средней температуры эталонной концевой меры от 20 °С):
Поддерживаемая температура 20 °С. Термометр типа ТФ-1. Диапазон измерений температуры (20±0,5)°С. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений температуры ±0,01°С

$$u(\theta_s) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
θ_s	0	0,006	Равномерное/В	$\frac{l_s \alpha}{(1 + \alpha\theta_x)}$	

Определение неопределенностей входных величин

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Температура (θ_x) (отклонение средней температуры калибруемой концевой меры от 20 °С): Поддерживаемая температура 19,9 °С. Термометр типа ТФ-1. Диапазон измерений температуры (20±0,5)°С. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений температуры ±0,01°С

Значение отклонения

$$\theta_x = 19,9^\circ\text{C} - 20,0^\circ\text{C} = -0,1^\circ\text{C}$$

$$u(\theta_x) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
θ_x	-0,1	0,006	Равномерное/В	$-\frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)^2} \alpha$	

Измерения

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Измерения (δl): следующие наблюдения проводятся для определения разности между калибруемой концевой мерой и эталонной. При этом компаратор перед каждым замером устанавливается с использованием эталона.

№ наблюдения	Набл. значение
1	-100 нм
2	-90 нм
3	-80 нм
4	-90 нм
5	-100 нм

Среднее арифметическое:

$$\delta \bar{l} = -92 \text{ нм}$$

Суммарная оценка стандартного отклонения:
(получено из предыдущих вычислений)

$$S_p(\delta l) = 12 \text{ нм}$$

Стандартная неопределенность:

$$u(\delta l) = S(\delta \bar{l}) = \frac{12}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ нм}$$

Определение неопределенностей входных величин

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Компаратор (δl): компаратор проверяется на выполнение технических условий, заявленных в EAL-G21. Из этого, можно установить, что для разностей длин D до ± 10 мкм поправки на показываемую разность длин находятся в пределах $\pm (30\text{нм} + 0,002 \times |D|)$. Принимая в расчет допуски нулевого класса калибруемой концевой меры и класса К эталонной концевой меры, максимальная разность длин будет в пределах ± 1 мкм.

$$u(\delta l) = \frac{32}{\sqrt{3}} = 18,5 \text{ нм}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
δl	- 0 ,000 092 мм	5,37 нм	Нормальное/А	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$	
		18,5 нм	Прямоугольное/ В	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$	

Определение неопределенностей входных величин

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Изменения длины (δl): для концевых мер длины класса 0 изменения длины, определяемые из измерений в пяти точках поверхности (центре и в четырех углах), должны быть в пределах $\pm 0,12$ мкм (ISO 3650). Принимая, что изменения возникают на измерительных поверхностях вдоль малых сторон длиной 9 мм, и что срединная длина измеряется внутри окружности радиусом 0,5 мм, поправка на рассогласование точек контакта оценивается в пределах $\pm 6,7$ нм.

$$u(\delta l) = \frac{6,7}{\sqrt{3}} = 3,87 \text{ нм}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
δl	- 0 ,000 092 мм	5,37 нм	Нормальное/А	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_x)}$	
		18,5 нм	Прямоугольное/ В	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_x)}$	
		3,87 нм	Прямоугольное/ В	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_x)}$	

Бюджет неопределенности

$$l_X = \frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)}$$

Входная величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение вероятностей/ тип оценивания	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
l_S	50,000 020 мм	15 нм	Нормальное/ В	$\frac{(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)} = 1$	15,00
α	$1,15 \times 10^{-5}$	$0,57 \times 10^{-6}$	Прямоугольное /В	$\frac{(l_S(\theta_S - \theta_X) - \delta l\theta_X)}{(1 + \alpha\theta_X)^2} = 5000004,3$	2,89
θ_S	0	0,006	-	$\frac{l_S\alpha}{(1 + \alpha\theta_X)} = 575,00$	3,32
θ_X	-0,1	0,006	-	$-\frac{\delta l + l_S(1 + \alpha\theta_S)}{(1 + \alpha\theta_X)^2}\alpha = -575,00$	3,32
δl	- 0 ,000 092 мм	5,37 нм	Нормальное/А	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$	5,37
		18,5 нм	Прямоугольное /В	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$	18,48
		3,87 нм	Прямоугольное /В	$\frac{1}{(1 + \alpha\theta_X)}$	3,87

Окончательный результат

$$l_x = \frac{\delta l + l_s(1 + \alpha\theta_s)}{(1 + \alpha\theta_x)}$$

Расширенная неопределенность: $U = k \times u(l_x) = 2 \times 25,31 \text{ нм} \cong 50,6 \text{ нм}$

Окончательные результаты: Измеренное значение концевой меры номинальным значением 50 мм составляет $49,999\,985 \text{ мм} \pm 50,6 \text{ нм.} (k=2)$